

# MATHEMATICS

## Paper- III (a) : Discrete Mathematics

Time : Three Hours

M.M. : 75/66

### Part-A (Compulsory)

[Marks : 15]

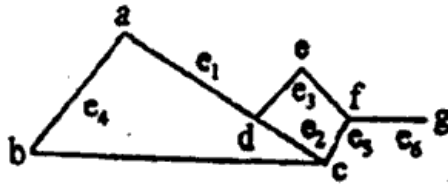
#### भाग- अ ( अनिवार्य )

1. Define equivalence class. तुल्यता वर्ग की परिभाषा दीजिये।
2. Define lattice. जालक की परिभाषा दीजिये।
3. Define language of the grammar. व्याकरण की भाषा की परिभाषा दीजिये।
4. Find the number of different outcomes when three dice are rolled.  
तीन पासों को फेंकने पर प्राप्त विभिन्न परिणामों की संख्या ज्ञात कीजिये।
5. Define eccentricity of a vertex and centre of a graph.  
शीर्ष की उत्केन्द्रता एवं ग्राफ का केन्द्र की परिभाषा दीजिये।
6. Define isomorphism of graphs. ग्राफों की तुल्याकारिता की परिभाषा दीजिये।
7. Define rule of detachment. विलग्नता नियम को परिभाषित कीजिये।
8. Define turing machine as finite state machine.  
ट्यूरिंग मशीन को, परिमित अवस्था मशीन के रूप में परिभाषा दीजिये।
9. Define Boolean expression and Boolean function.  
बूलीय व्यंजक तथा बूलीय फलन की परिभाषा दीजिये।
10. Define equivalent switching circuit.  
तुल्य स्विचन परिपथ की परिभाषा दीजिये।

#### Part-B

11. Prove that the inverse relation of an equivalence relation on a non-empty set  $A$  is also an equivalence relation on  $A$ .  
सिद्ध कीजिये कि अरिक्त समुच्चय  $A$  पर किसी तुल्यता सम्बन्ध का प्रतिलोम सम्बन्ध भी  $A$  पर एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।
12. Find the probability of four digit numbers, which are divisible by three, formed out of digits 1,2,3,4,5.  
1, 2, 3, 4, 5 अंकों के प्रयोग से चार अंकों की बनायी जाने वाली संख्या में तीन से विभाजित होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।
13. Find all spanning trees of the following graph :

निम्नलिखित ग्राफ के सभी विस्तारित वृक्ष ज्ञात कीजिये:



14. Explain all classification of languages.  
भाषाओं के सभी वर्गीकरण को समझाइये।
15. For the Boolean function draw the logical circuit diagram.  
निम्न बूलीय फलन के संगत तार्किक परिपथ बनाइये:

$$F = (p' \cdot q') + (p \cdot q)$$

**Part-C (भाग-स)**

**Unit-I (इकाई-I)**

16. (a) Let set  $A = \{1,2,3\}$  defined on a relation  $R = \{(1,1), (1,2), (2,3), (3,3)\}$ .  
Find

(i) The reflexive, symmetric and transitive closure of R.

(ii) Composition of matrix relation R.

समुच्चय  $A = \{1,2,3\}$  पर परिभाषित सम्बंध  $R = \{(1,1), (1,2), (2,3)$

$(3,3)\}$  तो ज्ञात कीजिये:

(अ) स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक संवरक ज्ञात कीजिये।

(ब) मैट्रिक्स आव्यूह R का निरूपण।

- (b) If  $(L, \leq)$  is a complemented distributive lattice, then for all  $a, b \in L$ :

यदि  $(L, \leq)$  एक बटनात्मक पूरित जालक है तो  $\forall a, b \in L$  तब

(i)  $(a \vee b)' = a' \wedge b'$

(ii)  $(a \wedge b)' = a' \vee b'$

17. (a) Find the language  $L(G)$  over  $\{a,b\}$  generated by the grammar  $G =$

$\{\{a,b\}, \{S,C\}, S,P\}$  where P consists of  $S \rightarrow aca, C \rightarrow aca$  and  $c$

$\rightarrow b$ . यदि  $G = \{\{a,b\}, \{S,C\}, S,P\}$  एक व्याकरण है जहाँ P के मान  $S \rightarrow$

$aca, C \rightarrow aca$  and  $c \rightarrow b$  है तब  $\{a,b\}$  पर भाषा  $L(G)$  ज्ञात कीजिये।

- (b) Let  $L_1 = \{x, xy, x^2\}$  and  $L_2 = \{y^2, xyz\}$  language over  $A = \{x, y\}$  Find

माना  $L_1 = \{x, xy, x^2\}$  तथा  $L_2 = \{y^2, xyz\}$  वर्णमाला  $A = \{x, y\}$  पर

भाषाएँ हैं तो ज्ञात कीजिये:

(i)  $L_1 L_2$

(ii)  $L_2^2$

**Unit-II (इकाई-II)**

18. (a) How many diagonals can be a regular polygon with  $n$ -sides?

$n$ - भुजाओं वाले किसी नियमित बहुभुज में कुल कितने विकर्ण हो सकते हैं ?

- (b) A and B turns throwing two dice. First to throw 9 is awards prize. If A starts the game, find the chances of their winning.

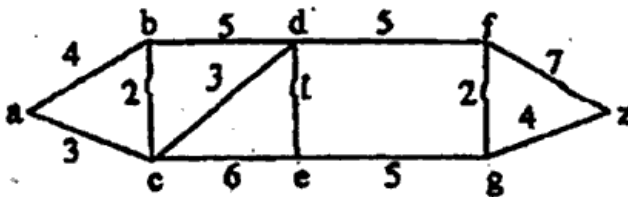
दो पासों को बारी-बारी से A एवं B फेंकते हैं, पहले 9 अंक फेंकने वाले को

तोषिक मिलता है। यदि A खेल प्रारम्भ करता है तो उनके जीतने की संभावनाएँ ज्ञात कीजिए।

19. (a) Prove that every non-trivial tree contains at least two pendant vertices.

सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक अतुच्छ वृक्ष में कम से कम दो निलम्बी शीर्ष होते हैं।

- (b) Find the shortest path between the vertices a to z in the following weighted graph : निम्न भारित ग्राफ में शीर्षों a से z के मध्य लघुत्तम मार्ग तथा मार्ग दूरी ज्ञात कीजिये।



20. (a) Design a finite state machine M which can add two binary numbers. परिमित अवस्था मशीन M का डिजाइन कीजिये, जिसमें दो बाइनरी संख्याओं का योग किया जा सके।

- (b) Show that  $p \leftrightarrow q \equiv (p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$  using  
(i) Truth table (ii) algebra of propositions

प्रदर्शित कीजिये  $p \leftrightarrow q \equiv (p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$

(अ) सत्यमान सारणी द्वारा (ब) साध्यों का बीजगणित द्वारा

21. (a) In a Boolean algebra  $\langle B, +, \cdot, ' \rangle$  for any pair of elements  $a, b \in B$ :

(i)  $a + b = 1$  and  $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow b = a'$

(ii)  $a + b = 0$  if and only if  $a = 0$  and  $b = 0$ .

बूलीय बीजगणित  $\langle B, +, \cdot, ' \rangle$  में किन्हीं भी दो अवयवों  $a, b \in B$  के लिये

(अ)  $a + b = 1$  तथा  $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow b = a'$

(ब)  $a + b = 0$  if यदि और केवल यदि only if  $a = 0$  and  $b = 0$

- (b) Simplify the Boolean function and draw its simplified circuit:

दिये गये बूलीय फलन का सरलीकरण कर सरलीकृत सर्किट बनाइये:

$$f(x, y, z) = xz + [y(y' + z)](x'yz')$$