

MATHEMATICS

Paper - II Differential Equations

Time Allowed : Three Hours

M. M. : 75

Part-A (Compulsory)

[Marks : 10]

भाग- अ (अनिवार्य)

1. (a) Obtain one complementary function of following differential equation:

निम्नलिखित अवकल समीकरण का एक पूरक फलक ज्ञात कीजिये:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = x$$

- (b) Give definition of Exact linear differential equation of nth order.
nवीं कोटि के यथार्थ रैखिक अवकल समीकरण की परिभाषा दीजिये।

- (c) Solve : हल कीजिये :

$$\frac{dx}{y} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{z}$$

- (d) Give definition of Gauss Hypergeometric Equation.

गॉस हाइपरज्यामितीय समीकरण परिभाषित कीजिये।

- (e) Obtain : ज्ञात कीजिये:

$$L(\sin ax, p)$$

- (f) Give definition of Null function. शून्य फलन की परिभाषा दीजिये।

- (g) Obtain order and degree of following partial differential equation:

निम्नलिखित आंशिक अवकल समीकरण की कोटि तथा घात ज्ञात कीजिये:

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} - 2 \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = \frac{1}{x^2}$$

- (h) If $f(x, y, z, p, q) = 0$, then write Charpit's auxiliary equation.

यदि $f(x, y, z, p, q) = 0$ हो तो चारपिट सहायक समीकरण लिखिये।

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + z^2 = c^2$$

(i) Solve (हल कीजिये)–

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = 0$$

(j) Write Monge's subsidiary equation.

मोंजे के गौण समीकरण लिखिये।

Part - B (Compulsory)

[भाग - ब (अनिवार्य)]

2. Solve (हल कीजिये)–

$$x \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} - y \right) - 2x \frac{dy}{dx} + 2y + x^2 y = 0$$

3. Solve (हल कीजिये)–

$$tDx = t - 2x$$

$$tDy = tx + ty + 2x - t$$

4. Find the Laplace transform of $x e^{ax} \sin bx$.

$x e^{ax} \sin bx$ का लाल्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिये।

5. Solve by Laplace transform: लाप्लासा रूपान्तर से हल कीजिये:

$$\frac{dx}{dt} = 2x - 3y \quad \frac{dy}{dt} = y - 2x, \quad x(0) = 8, \quad y(0) = 3$$

6. Solve (हल कीजिये)– $px + p = 9x^2y^3$

Part-C (भाग-स)

Unit - I (इकाई-I)

7. (a) Use the method of variation of parameters to solve the following:

प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिये:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$$

(b) Solve (हल कीजिये)–

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z - a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Or (अथवा)

8. (a) Solve (हल कीजिये)–

$$3x^2 dx + 3y^2 dy - (x^3 + y^3 + e^z) dz = 0$$

(b) Solve (हल कीजिये)–

$$\sin x \frac{d^2 y}{dx^2} - \cos x \frac{dy}{dx} + 2y \sin x = 0$$

Unit - II (इकाई-II)

9. (a) Obtain series solution of following equation :
 निम्नलिखित समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिये।

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) y = 0$$

- (b) Find : ज्ञात कीजिये:

$$L^{-1} \frac{4P + 5}{(P - 1)^2 (P + 2)}$$

Or (अथवा)

- 10.(a) Solve : हल कीजिये:
 $(D^3 - D^2 - D + 1)y = 8te^{-1}$
- (b) Prove that : सिद्ध कीजिये :

$$L \left\{ \frac{\cos at - \cos bt}{t}; p \right\} = \frac{1}{2} \log \left(\frac{p^2 + b^2}{p^2 + a^2} \right)$$

Unit - III (इकाई-III)

- 11.(a) Solve : हल कीजिये:
 $z - xp - yq = a\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- (b) Solve : हल कीजिये:
 $(p^2 + q^2)y = qz$

Or (अथवा)

12. (a) Solve : हल कीजिये:
 $pt - qs = q^3$
- (b) Solve : हल कीजिये:

$$\frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{x^3} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{y^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{1}{y^3} \frac{\partial z}{\partial y}$$